

2º ESO

U.T. 2

FORMAS POLIGONALES

1ª evaluación

Educación Plástica, Visual y Audiovisual

I.E.S. Enrique de Arce
Villacañas



ÍNDICE

1. Los polígonos

-Clasificación de los polígonos

2. Triángulos

-Clasificación de los triángulos

-Construcción de un triángulo equilátero conocido el lado

-Construcción de un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia conocido el radio.

-Construcción de un triángulo isósceles conocidos los lados desiguales.

3. Cuadriláteros

-Paralelogramos

-Trapeacios

-Trapezoides

4. Construcción de polígonos regulares conocido el radio.

-Construcción de un triángulo equilátero.

-Construcción de un cuadrado.

-Construcción de un pentágono.

-Construcción de un hexágono.

-Construcción de un heptágono.

-Construcción de un octógono.

-Método general para la construcción de polígonos regulares conocido el radio.

5. La circunferencia.

-Circunferencias circunscritas, concéntricas e inscritas.

-División de la circunferencia en partes iguales.

6. Construcción de espirales.

- Espiral de dos centros.

7. Polígonos estrellados.

-Construcción de polígonos estrellados.

1. Los polígonos.

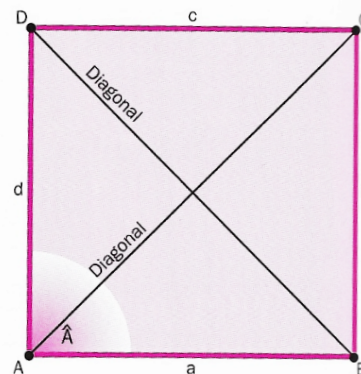
La palabra **polígono** proviene del griego *poli* (varios) y *gono* (ángulo).

El polígono es una figura geométrica plana limitada por segmentos de recta llamados **lados**, que se representan con letras minúsculas: a, b, c...

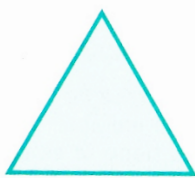
Los puntos donde se cortan dos lados se llaman **vértices**, y se representan con letras mayúsculas: A, B, C...

El **ángulo** es la zona del plano comprendido entre dos lados consecutivos, y se representa: $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$...

La **diagonal** de un polígono es el segmento que une un vértice con otro no consecutivo.



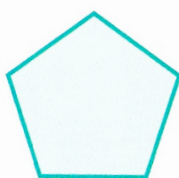
POLÍGONOS REGULARES



Triángulo

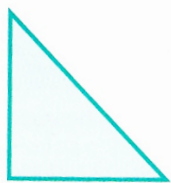


Cuadrilátero

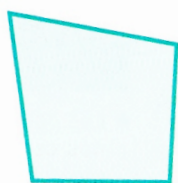


Pentágono

POLÍGONOS IRREGULARES



Triángulo



Cuadrilátero



Pentágono

[LIBROSVIVOS.NET]

UD8 INTERACTIVOS 140a

Observa en esta animación las formas poligonales que se encuentran en la naturaleza.

■ Clasificación de los polígonos

Según la medida de sus lados y ángulos, los polígonos pueden ser:

- **Regulares:** tienen sus lados iguales (equiláteros) y sus ángulos iguales (equiángulos).
- **Irregulares:** tienen sus lados y ángulos diferentes.

Según el número de lados, los polígonos pueden clasificarse en **triángulos** (tres lados), **cuadriláteros** (cuatro lados), **pentágonos** (cinco lados), **hexágonos** (seis lados), etc.

ACTIVIDADES

1. IDENTIFICA POLÍGONOS REGULARES E IRREGULARES

Observa los polígonos de la derecha e indica cuáles son regulares y cuáles irregulares.

[LIBROSVIVOS.NET]

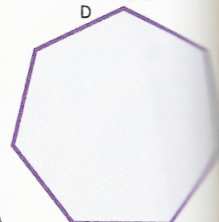
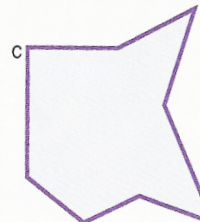
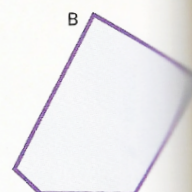
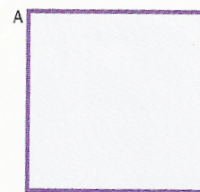
UD8 INTERACTIVOS 140b. Continúa practicando con esta actividad interactiva.

2. COMPOSICIÓN CON POLÍGONOS

Dibuja varios polígonos irregulares sobre cartulinas de colores. Recórtalos y realiza sobre una cartulina blanca una composición libre con ellos. Después puedes colorear el fondo.

VAS A NECESITAR

- Cartulinas de colores
- Tijeras y pegamento
- Lápices de colores



2. Triángulos.

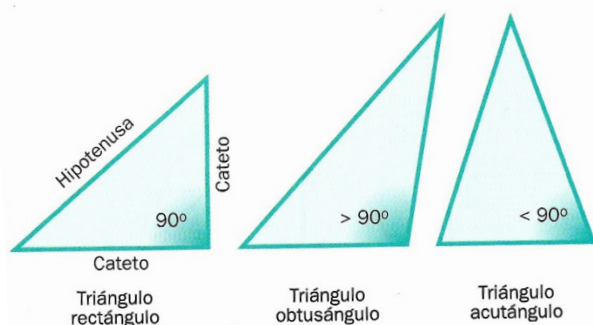
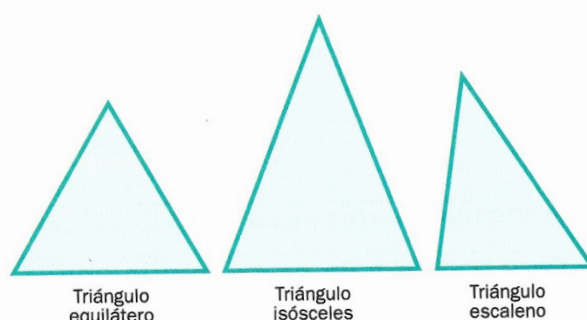
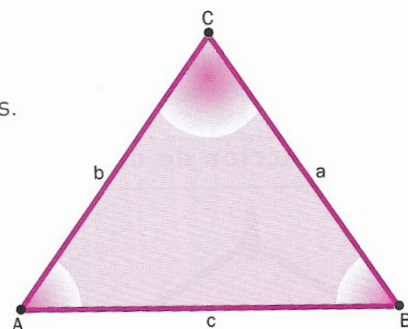
El triángulo es un polígono de tres lados y, por tanto, de tres vértices.
En todos los triángulos, la suma de sus ángulos es igual a 180° .

■ Clasificación de los triángulos

Según la medida de sus lados, los triángulos pueden ser:

- **Equiláteros:** tienen sus tres lados y ángulos iguales.
- **Isósceles:** tienen al menos dos lados iguales.
- **Escalenos:** tienen sus tres lados distintos.

El triángulo equilátero es también isósceles, y es el único triángulo regular.



Según la medida de sus **ángulos**, los triángulos pueden ser:

- **Rectángulos:** tienen un ángulo recto (90°). El lado opuesto al ángulo recto es la **hipotenusa**, y los otros dos lados son los **catetos**.
- **Obtusángulos:** tienen un ángulo obtuso ($>90^\circ$).
- **Acutángulos:** tienen sus tres ángulos agudos ($<90^\circ$).

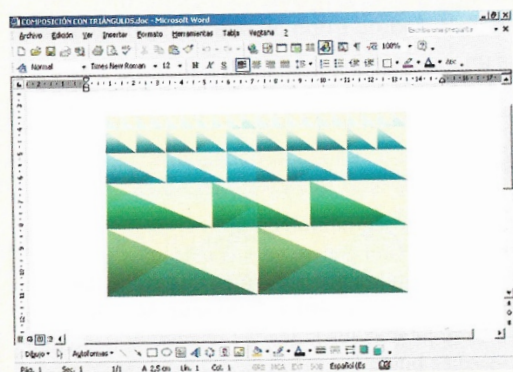
VAS A NECESITAR

- Papel de dibujo
- Regla
- Rotuladores o lápices
- Procesador de textos de colores

ACTIVIDADES

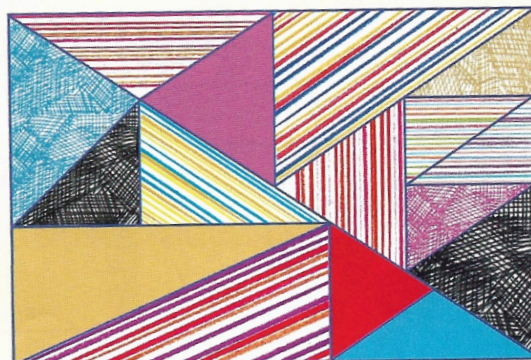
3. REALIZA UNA COMPOSICIÓN CON TRIÁNGULOS

Utiliza un procesador de textos para realizar una composición con triángulos rectángulos, creando un ritmo creciente de tamaños y colores.



4. DECORA CON TRIÁNGULOS IRREGULARES

Realiza una composición de triángulos irregulares. Decórala libremente buscando obtener diferentes texturas.



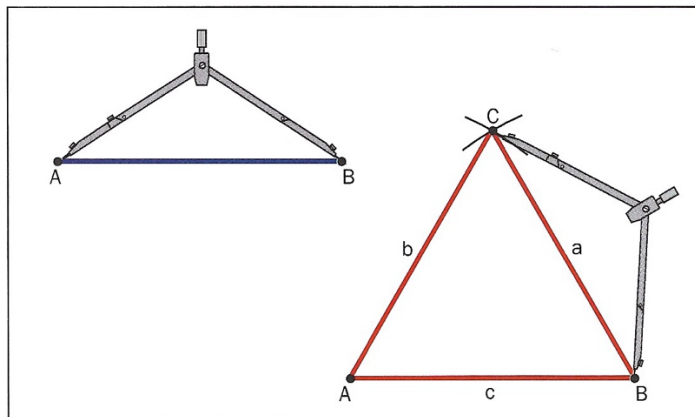
Existen distintos procedimientos para construir triángulos según los datos que conozcamos.

[**LIBROSVIVOS.NET**]

UD8⇒INTERACTIVOS⇒142

Observa la **construcción de triángulos** en estas animaciones.

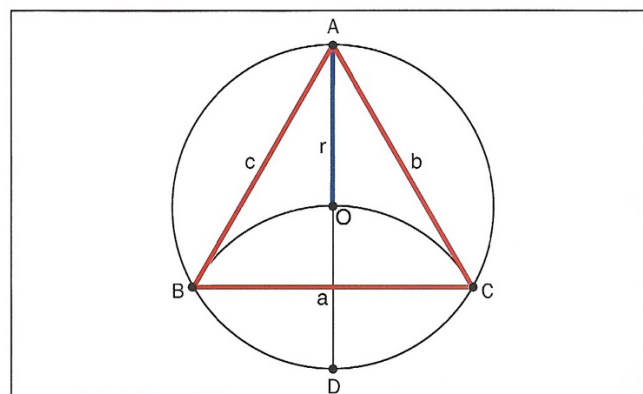
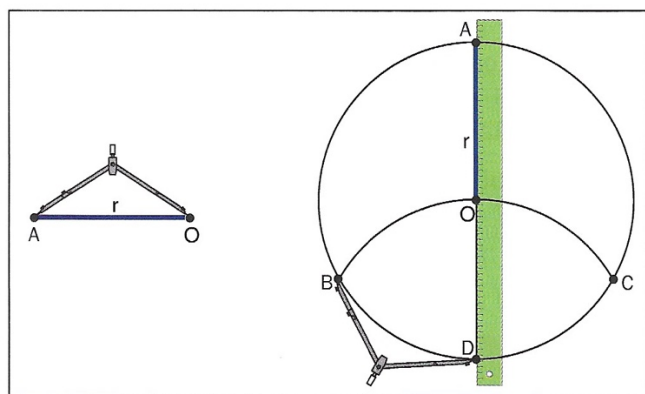
■ Construcción de un triángulo equilátero conocido el lado



Se traza un segmento con la medida del lado. Con centro en sus extremos A y B, se dibujan dos arcos de radio igual al lado. Los arcos se cortan en el vértice C, opuesto al lado $\overline{AB}$. Uniendo $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$ se obtiene el triángulo buscado.

■ Construcción de un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia conocido el radio

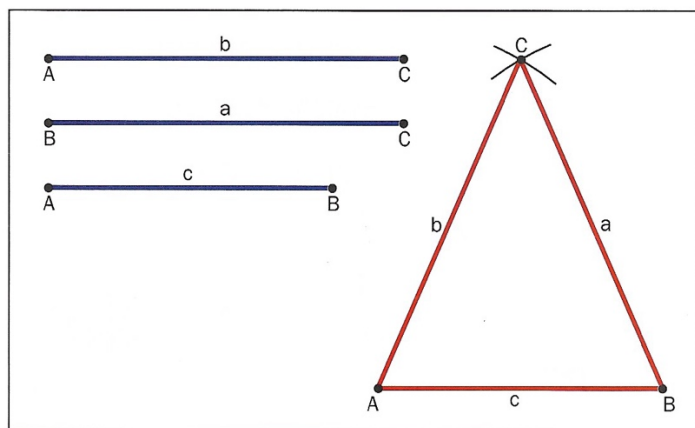
Un polígono inscrito en una circunferencia es aquel que tiene sus vértices en la circunferencia.



1. Dibuja la circunferencia con la medida del radio r . Dibuja el diámetro $\overline{AD}$, y con centro en D y el radio r , traza un arco que corte a la circunferencia en B y C.

2. Los puntos A, B y C son los vértices del triángulo buscado. Uniéndolos, obtienes el triángulo inscrito en la circunferencia.

■ Construcción de un triángulo isósceles conocidos los lados desiguales



[**LIBROSVIVOS.NET**]

UD8⇒PASO A PASO⇒142

Conoce otro método para construir **triángulos isósceles**, conociendo su base y su altura.

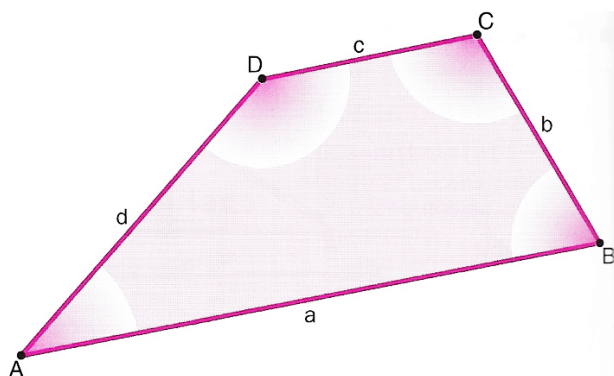
Se traza un segmento con la medida del lado desigual c . Con centro en sus extremos y radio la medida del lado igual, traza dos arcos que se cortarán en el vértice C. Al unir $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$ se completarán los lados del triángulo isósceles buscado.

3. Cuadriláteros.

El **cuadrilátero** es un polígono de cuatro lados y, por tanto, de cuatro vértices.

Según el paralelismo de los lados de un cuadrilátero, se distinguen tres tipos: **paralelogramos**, **trapecios** y **trapezoides**.

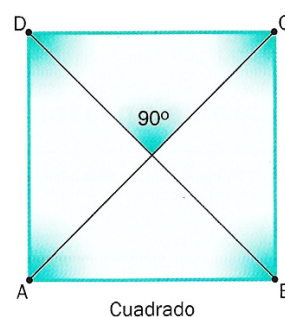
En todos los casos la suma de los ángulos es 360° .



■ Paralelogramos

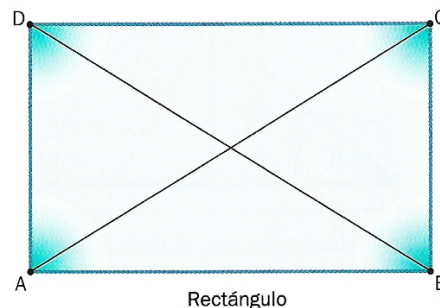
Son los cuadriláteros que tienen los lados opuestos paralelos dos a dos. Se clasifican en **cuadrados**, **rectángulos**, **rombos** y **romboide**s.

- El **cuadrado** es un cuadrilátero regular, con sus cuatro lados y cuatro ángulos iguales (rectos). Las diagonales son perpendiculares e iguales y se bisecan, es decir, se cortan en el punto medio.

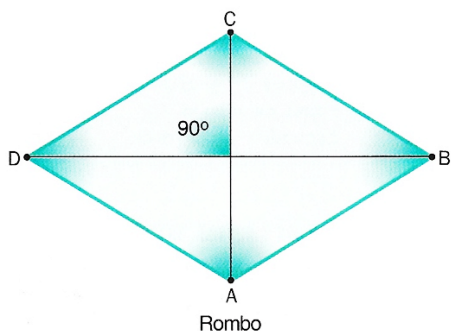


Cuadrado

- El **rectángulo** es un paralelogramo que tiene los lados iguales dos a dos y los ángulos rectos. Las diagonales son iguales y se bisecan, pero no forman ángulo recto, sino que son oblicuas.

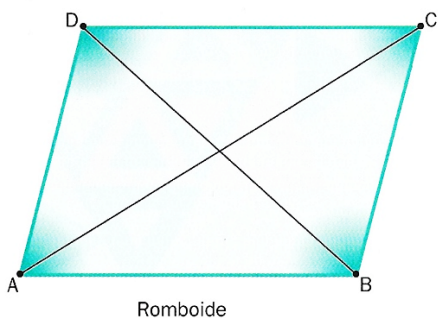


Rectángulo



Rombo

- El **rombo** es un paralelogramo que tiene los cuatro lados iguales, pero los lados consecutivos son oblicuos. Las diagonales son desiguales, se bisecan y son perpendiculares.



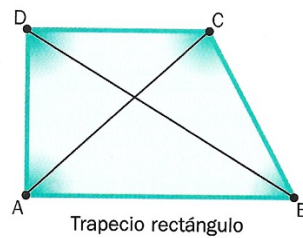
Romboide

- El **romboide** es un paralelogramo que tiene los lados iguales dos a dos y oblicuos los lados consecutivos. Las diagonales son desiguales y se bisecan, pero son oblicuas.

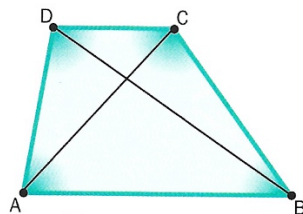
■ Trapecios

Son los cuadriláteros que tienen solo dos lados paralelos. A su vez, se clasifican en:

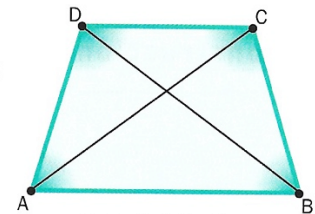
- **Trapecios rectángulos:** tienen dos lados paralelos y dos ángulos rectos. Las diagonales son desiguales, oblicuas y no se bisecan.
- **Trapecios isósceles:** tienen dos lados paralelos y los ángulos iguales dos a dos. Las diagonales son iguales, oblicuas y no se bisecan.
- **Trapecios escalenos:** tienen dos lados paralelos y los cuatro ángulos desiguales. Las diagonales son desiguales, oblicuas y no se bisecan.



Trapecio rectángulo



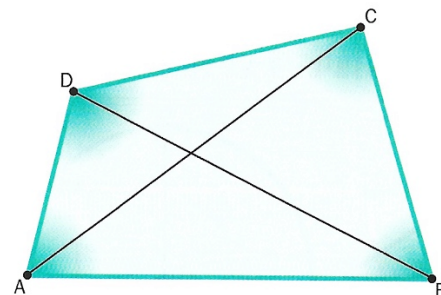
Trapecio escaleno



Trapecio isósceles

■ Trapezoides

El **trapezoide** es un cuadrilátero que no tiene ningún lado paralelo, y sus lados y ángulos son diferentes. Las diagonales son desiguales, oblicuas y no se bisecan.



Trapezoide

VAS A NECESITAR

ACTIVIDADES

8. MODIFICA FORMAS

Observa el cuadro de Malevich en el que aparecen dos cuadrados de distinto tamaño, color y posición.

Dibuja una composición a base de cuadriláteros, y a partir de esta obra realiza otra deformando los cuadriláteros, convirtiendo los lados rectos en líneas curvas.

Observa que la nueva composición tiene un dinamismo mayor.

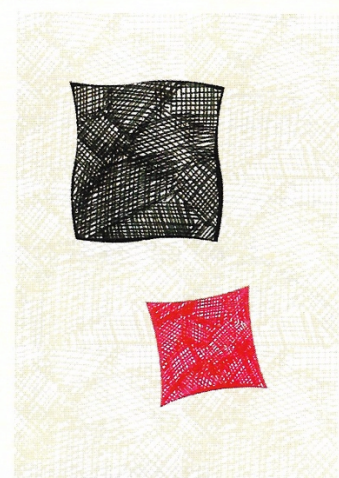
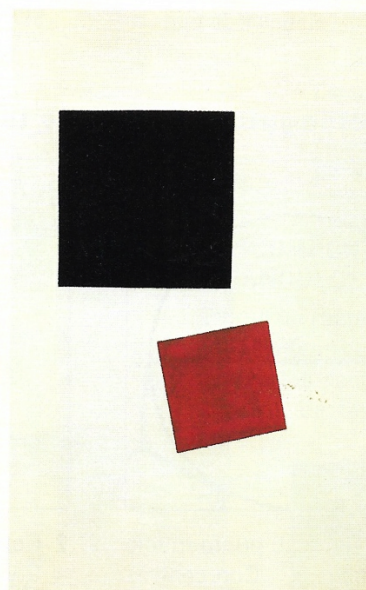
9. DISTINGUE LOS CUADRILÁTEROS

[LIBROSIVOS.NET]

UD8⇒INTERACTIVOS⇒145. Comprueba que sabes distinguir los distintos tipos de cuadriláteros en esta actividad interactiva.

- Lápiz de grafito HB
- Papel de dibujo

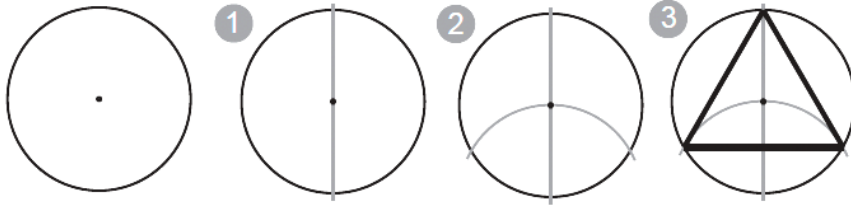
- Compás y regla
- Rotuladores de colores



Kasimir Malevich: *Cuadrado rojo y cuadrado negro*, 1914.

4. Construcción de polígonos regulares conocido el radio.

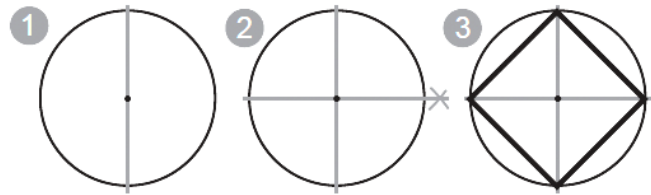
Triángulo equilátero



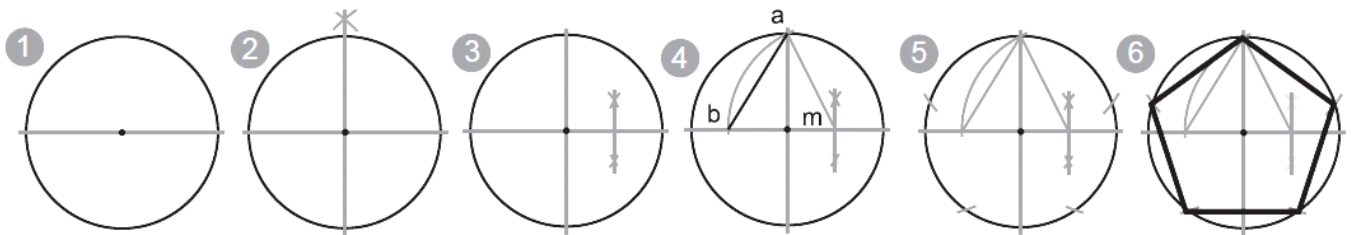
- 1º- Trazamos un diámetro
- 2º- Con centro en un extremo y radio igual al la cir. trazamos un arco
- 3º- Unimos el otro extremo del diámetro con los dos puntos en la circunferencia que nos han dado los arcos.

Cuadrado

- 1º- Trazamos un diámetro.
- 2º- Trazamos un diámetro perpendicular.
- 3º- Unimos los puntos de corte de los diámetros con la circunferencia.

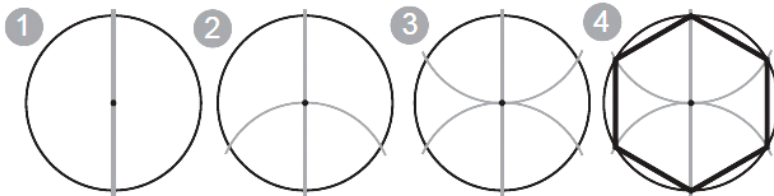


Pentágono



- 1º- Trazamos un diámetro. 2º- Trazamos un diámetro perpendicular al primero. 3º- Hacemos la mediatriz de un radio obteniendo m.
- 4º- Con centro en m y radio ab trazamos un arco para obtener b => ab es el lado del pentágono inscrito.
- 5º- Con radio ab empezando por a trazamos arcos sobre la circunferencia 6º- unimos los puntos de la circunferencia.

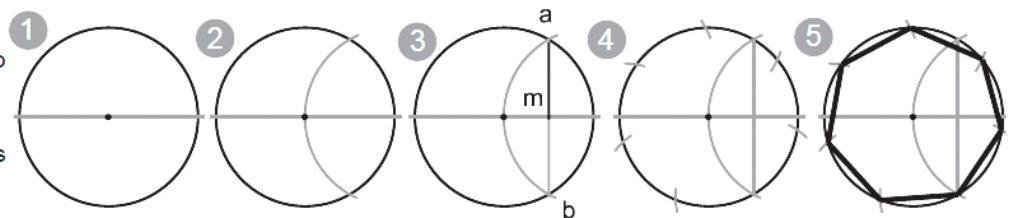
Hexágono



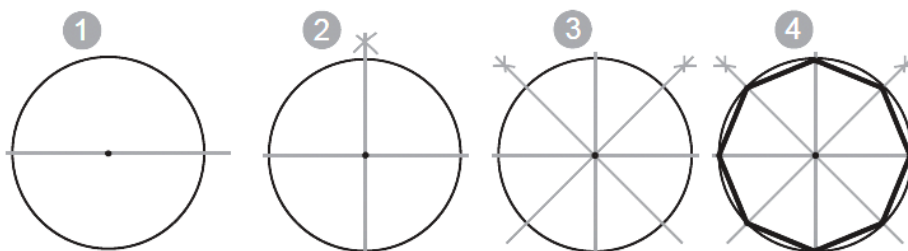
- 1º- Trazamos un diámetro.
- 2º- Con centro en un extremo y radio igual al la cir. trazamos un arco.
- 3º- Repetimos la operación desde el otro extremo.
- 4º- Unimos los puntos.

Heptágono

- 1º- Trazamos un diámetro.
- 2º- Trazamos un arco de igual radio a la cir. desde un extremo.
- 3º- Unimos a con b obteniendo m. am es el lado del heptágono
- 4º- Con arcos de radio ab trazamos arcos sobre la cir.
- 5º- Unimos los puntos.



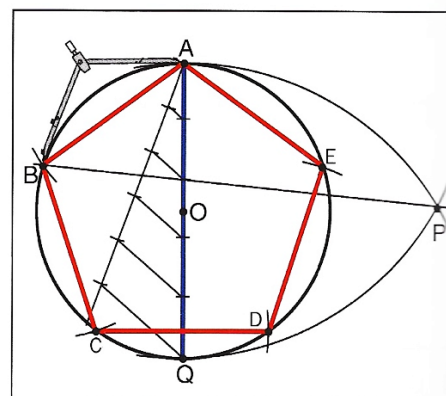
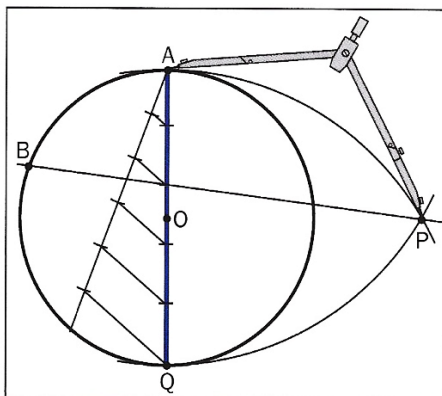
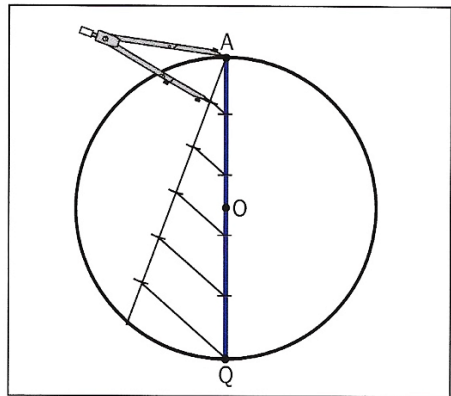
Octógono



- 1º- Trazamos un diámetro horizontal.
- 2º- Trazamos un diámetro perpendicular al primero.
- 3º- Trazamos dos bisectrices a dos cuadrantes.
- 4º- Hemos obtenido ocho puntos sobre la circunferencia, los unimos.

Método general para la construcción de polígonos regulares conocido el radio.

Existen diferentes métodos para dibujar polígonos regulares. Con este **método general** se pueden trazar polígonos de cualquier número de lados. Por ejemplo, para construir un polígono de cinco lados se siguen estos pasos:



1. Dibuja un segmento $\overline{AQ}$ y divídelo según el método de Tales en cinco partes iguales. Con centro el punto medio del segmento $\overline{AQ}$, traza con el compás una circunferencia de radio $\overline{AO}$.
2. Con centros en A y Q , traza dos arcos de radio $\overline{AQ}$ que se cortan en el punto P . Traza una recta que una la segunda división del diámetro y el punto P , y prolongala hasta cortar en B a la circunferencia.
3. El segmento $\overline{AB}$ es el lado del pentágono buscado. Transporta esta medida sucesivamente para obtener los vértices que faltan. Uniendo en orden los puntos A, B, C, D y E , obtienes el pentágono.

5. La circunferencia.

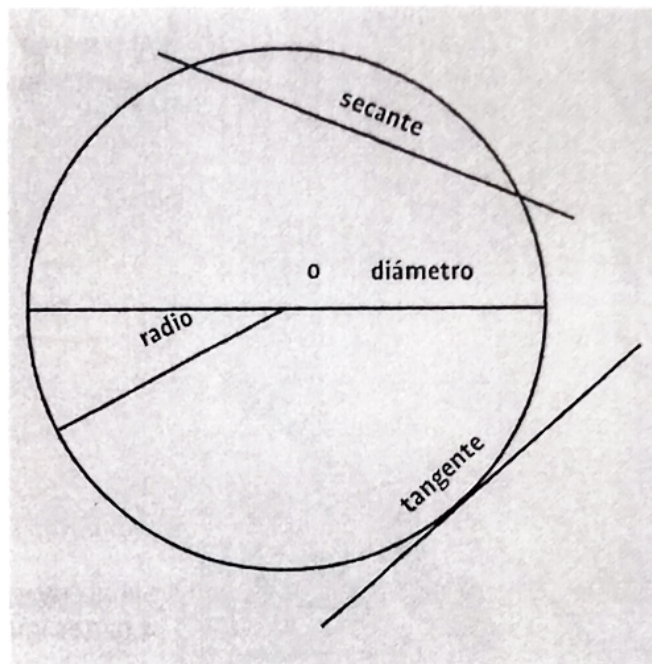
La **circunferencia** es una línea curva cerrada cuyos puntos equidistan (es decir, se encuentran a la misma distancia) con respecto a un punto central.

El **radio** de una circunferencia es la distancia que hay entre el punto central y cualquier otro punto de la circunferencia.

El **diámetro** es la recta que va de un punto a otro de la circunferencia pasando por el centro; su longitud, por tanto, es el doble de la del radio.

Una recta **secante** corta a la circunferencia en dos puntos.

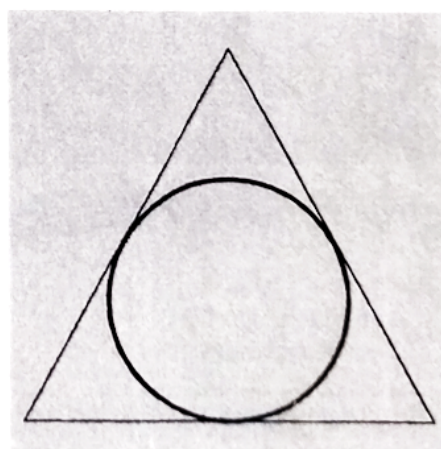
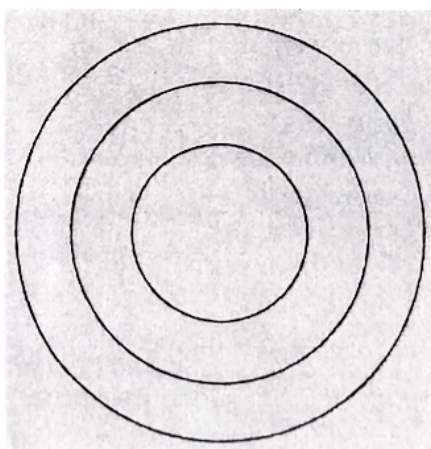
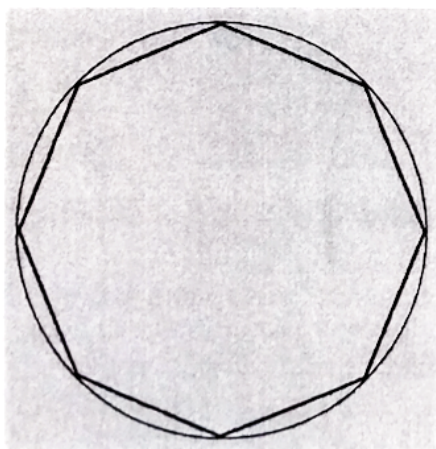
Una recta **tangente** toca un punto de la circunferencia sin cortarlo. Cuando hablemos de las **tangencias**, aprenderás cómo hacerlas.



La circunferencia puede relacionarse con otras formas geométricas, por ejemplo, los polígonos. Si la circunferencia rodea a un polígono y éste la toca con sus vértices, decimos que la circunferencia **circunscribe** al polígono.

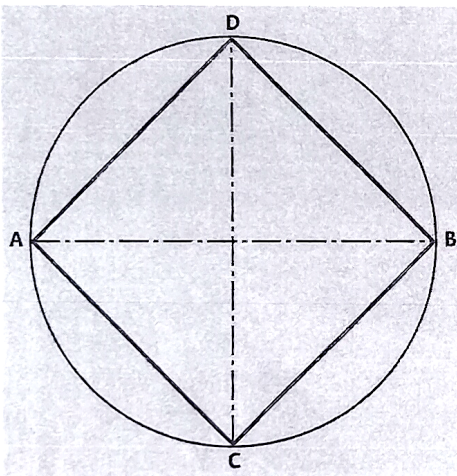
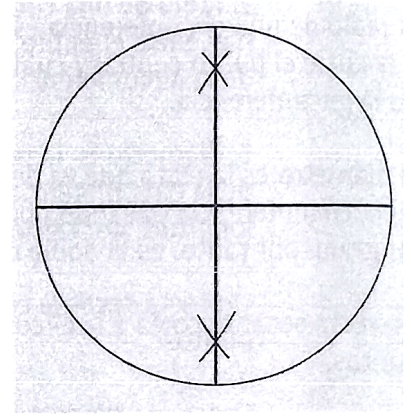
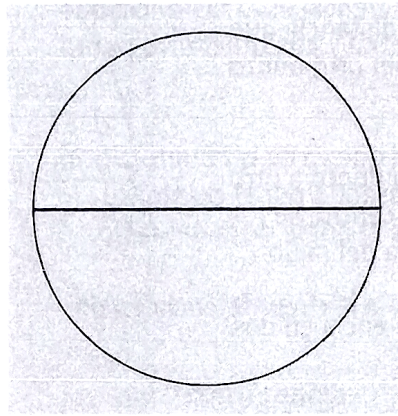
Las **circunferencias concéntricas** tienen el mismo centro pero diferente radio.

Si la circunferencia está dentro del polígono, los lados de éste la tocan en algún punto de cada lado; entonces decimos que la circunferencia está **inscrita** en el polígono.



2 División de la circunferencia en partes iguales

Al trazar un **diámetro** de la circunferencia, ésta queda dividida en **2 partes iguales**.



Si hacemos la **mediatriz** de ese diámetro, la habremos dividido en **4 partes iguales**.

Esto nos viene muy bien para comprobar que la circunferencia tiene 360° . Si vamos situando el transportador sucesivamente, se advierte cómo resultan o dos ángulos de 180° ($180 \times 2 = 360$) o cuatro de 90° ($90 \times 4 = 360$).

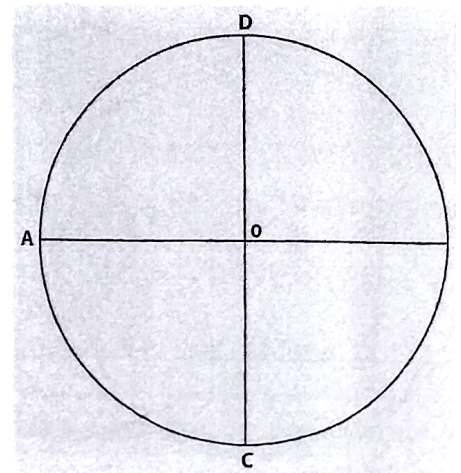
◀ Una vez dividida la circunferencia, uniendo los puntos **A B C D** se obtiene un **cuadrado**.

◀ Al hallar las **bisectrices** de los cuatro ángulos rectos, la circunferencia queda dividida en **8 partes iguales**. Si se unen los puntos que cortan a la circunferencia, se obtiene un polígono regular de 8 lados, llamado **octógono**.

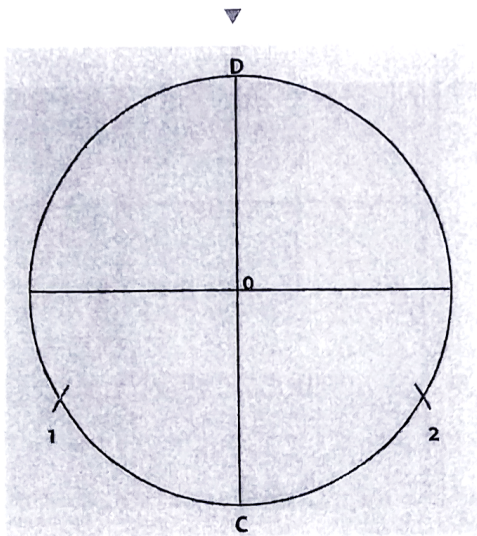
Hasta aquí sabemos cómo dividir la circunferencia en 2, 4 y 8 partes iguales.

Veamos cómo se hace para dividirla en 3, 6 ó 12 partes iguales:

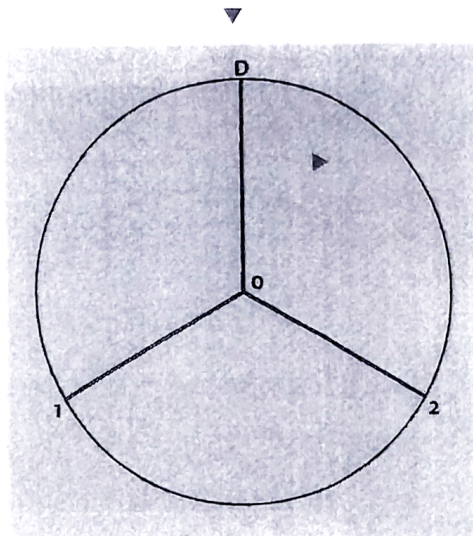
1. Se traza el **diámetro** y su **mediatriz**. ➤



2. Con centro en C y radio CO se hace un arco que corte la circunferencia en los puntos 1 y 2.

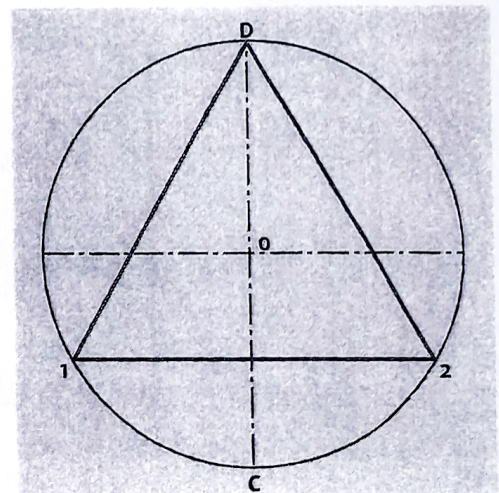
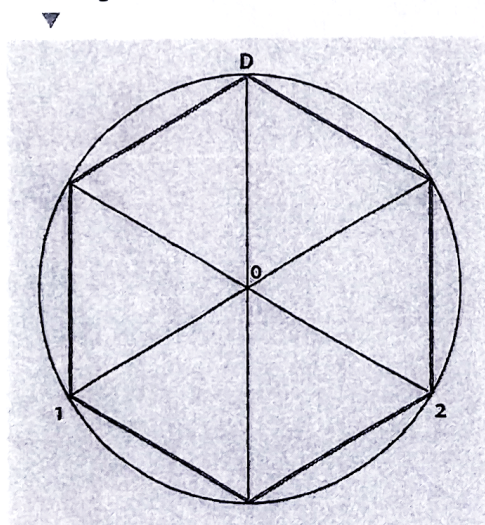


3. O1, O2 y OD dividen la circunferencia en tres arcos iguales.



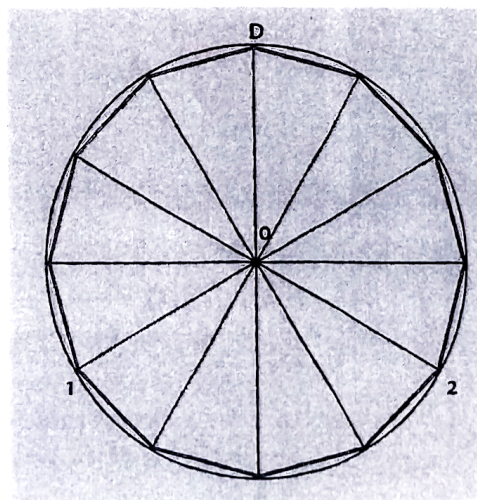
Al unir 1, 2 y D se obtiene, además, un triángulo equilátero.

Haciendo las bisectrices de los ángulos DO1, DO2 y 1O2 se consigue la división en 6 partes, y otras nuevas bisectrices de esos ángulos nos darán 12 partes iguales.



Ejercicio

Materiales: Papel, lápiz, goma, regla y compás.
Dibuja un cuadrado inscrito dentro de una circunferencia de 4 cm de radio.



Ejercicio

Materiales: Papel, lápiz, goma, regla y compás.
Dibuja un octógono inscrito en una circunferencia de 6 cm de radio.

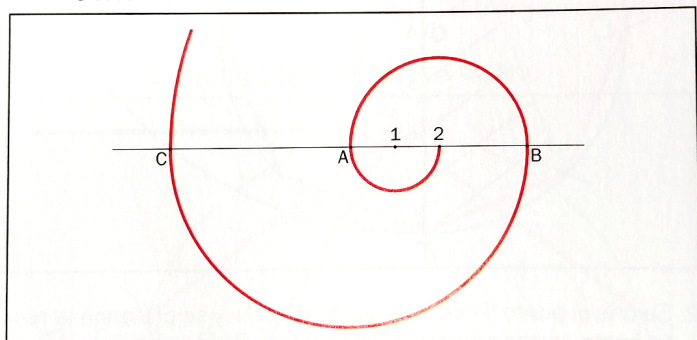
Ejercicio

Materiales: Papel, lápiz, goma, regla y compás.
Dibuja un polígono regular de 12 lados (dodecágono) a partir de una circunferencia de 5 cm de radio.

6. Construcción de espirales.

La espiral es una línea curva que crece de manera ordenada en torno a un núcleo central.

CONSTRUCCIÓN DE UNA ESPIRAL DE DOS CENTROS



Se traza una recta y sobre ella los puntos 1 y 2. Con centro en 1 y radio $\overline{12}$ se traza el primer arco $\widehat{2A}$. Con centro en 2 y radio $\widehat{2A}$ se dibuja el segundo arco $\widehat{AB}$. Con centro en A y radio $\widehat{AB}$ se traza el siguiente arco, y así sucesivamente.

7. Polígonos estrellados.

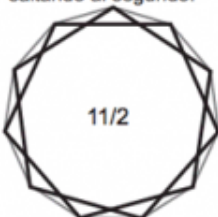
Los polígonos estrellados se obtienen uniendo de forma constante y no consecutiva los vértices de los polígonos regulares.

Según el número de vértices que tenga el polígono no estrellado podremos obtener ninguno, uno o varios polígonos estrellados:

nº de vértices	nº de estrellas	forma de unir los vértices
5	1	2
6	0	-
7	2	2-3
8	1	3
9	2	2-4
10	2	3-4
11	4	2-3-4-5
12	1	5
13	5	2-3-4-5-6
14	4	3-4-5-6
15	4	2-4-6-7
...	...	...

Para ilustrar el cuadro de la izquierda tomamos el ejemplo del eneágono, del cual podemos obtener hasta cuatro estrellas dependiendo del número de vértices que saltemos.

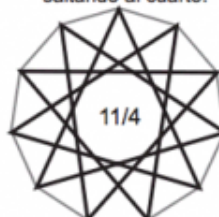
Uniendo vértices saltando al segundo.



Uniendo vértices saltando al tercero.



Uniendo vértices saltando al cuarto.



Uniendo vértices saltando al quinto.



Se definen por N/M siendo N el número de vértices polígono del regular convexo y M el salto entre vértices. N/M ha de ser fracción irreducible, de lo contrario no se genera el polígono estrellado que indica la fracción.

Para saber cuantos polígonos estrellados es posible inscribir en un polígono convexo:

n es el nº de vértices del polígono regular convexo.

Es posible construir tantos polígonos estrellados como números enteros hay, menores que su mitad ($n/2$) y primos con n .

Ejemplo: Eptágono (7 lados), su mitad es 3,5 y los números enteros menores de 3,5 primos son el 2 y el 3. Entonces podemos unir los vértices



La estrella de David.



Falso Octógono estrellado.

FALSAS ESTRELLAS

En algunos casos al unir los vértices de forma alterna podemos encontrarnos con que en realidad inscribimos otros polígonos convexos dentro del polígono inicial. En esos casos no obtendremos verdaderos polígonos estrellados sino FALSAS ESTRELLAS.

